

Justification mathématique liée aux statistiques académiques

July 17, 2022

1 Détermination des statistiques académiques

On désigne, pour un champ disciplinaire donné :

- x sa note brute (moyenne des notes "tranchées"),
- μ et σ la moyenne et l'écart-type académique des notes brutes de tous les collégiens présents dans Affelnet (env. 10 000 élèves),
- y la note *centrée réduite* associée à x .

On a donc :

$$y = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{1}{\sigma}x - \frac{\mu}{\sigma}$$

On reconnaît donc une relation *affine* entre y et x , dont la représentation graphique est une droite. Cela veut donc dire que la connaissance de 2 points distincts quelconques permet de déterminer cette droite et donc en déduire μ et σ .

Si l'on dispose de 2 fiches-barèmes avec des notes différentes (x_1, y_1) et (x_2, y_2) , alors on peut écrire :

$$\begin{cases} y_1 = \frac{1}{\sigma}x_1 - \frac{\mu}{\sigma} \\ y_2 = \frac{1}{\sigma}x_2 - \frac{\mu}{\sigma} \end{cases} \quad (1)$$

Soustraire ces 2 égalités permet de déterminer σ :

$$y_1 - y_2 = \frac{1}{\sigma}(x_1 - x_2) \Rightarrow \sigma = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$$

En réutilisant une des égalités de (1), on peut déduire μ :

$$y_1 = \frac{1}{\sigma}(x_1 - \mu) \Rightarrow \mu = x_1 - \sigma y_1$$

Finalement, on sait donc bien calculer la moyenne et l'écart-type académique d'un champ disciplinaire à partir des 2 points :

$$\begin{cases} \sigma = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2} \\ \mu = x_1 - y_1 \cdot \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2} \end{cases} \quad (2)$$

1.1 Exemple d'application

Si l'on prend l'exemple du champ disciplinaire Mathématiques en 2022, on peut collecter les données de la figure 1 issues de 2 fiches barèmes.

MATHEMATIQUES	13.00	103.017
MATHEMATIQUES	16.00	110.670

Figure 1: 2 notes lissées issues de 2 fiches-barèmes 2022

Mais on a travaillé précédemment avec la variable y centrée réduite, alors que les fiches barèmes indiquent quant à elles la variable centrée sur 10, puis multipliée par 10 (cf. la circulaire officielle Affelnet de l'Académie). Donc pour s'aligner avec les calculs précédents, on effectue préalablement l'opération inverse sur la note lissée de la fiche (donc en divisant par 10 puis retranchant 10) :

$$\begin{cases} x_1 = 13 \\ y_1 = (103,017/10) - 10 = 0,3017 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x_2 = 16 \\ y_2 = (110,670/10) - 10 = 1,067 \end{cases}$$

On peut donc déterminer la moyenne et l'écart-type de Mathématiques en 2022 en appliquant (2) :

$$\begin{cases} \sigma = \frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2} = \frac{13 - 16}{0,3017 - 1,067} = 3,92003136 \\ \mu = 13 - 0,3017 \times \frac{13 - 16}{0,3017 - 1,067} = 11,81732654 \end{cases}$$